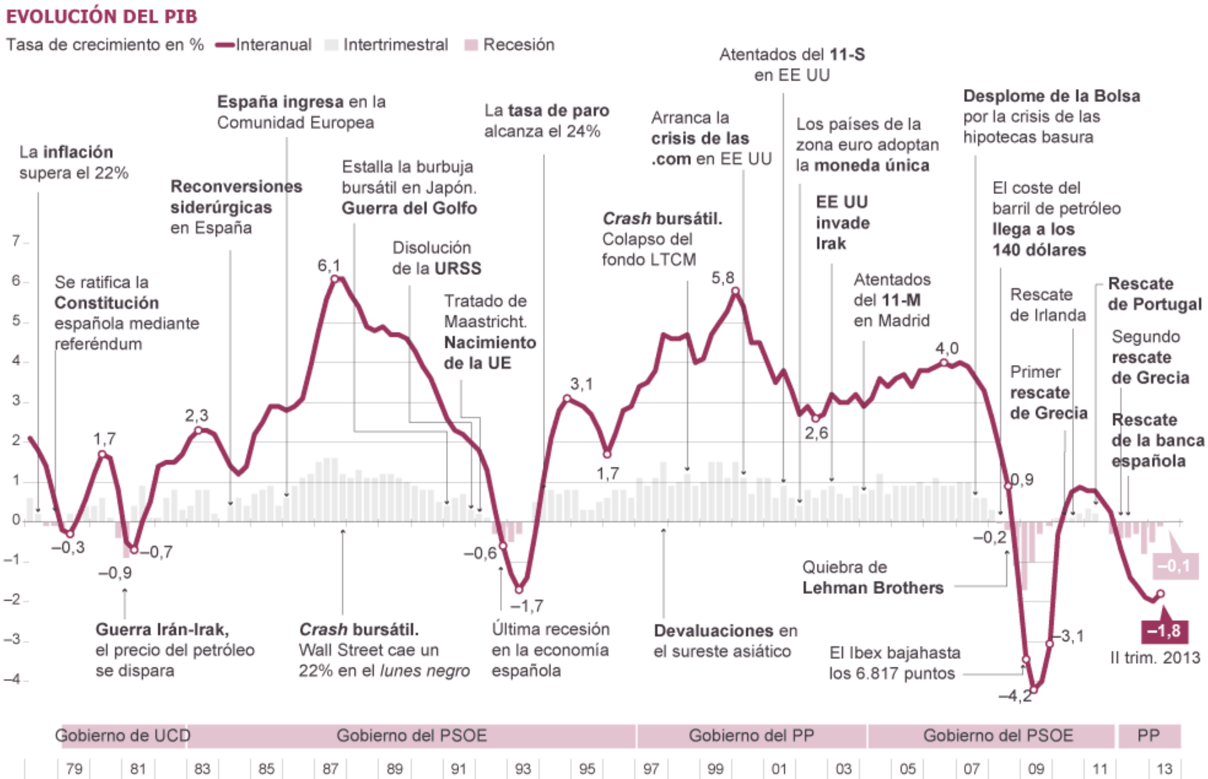
Tasas de crecimiento y convergencia en España y la Unión Europea

Jesús Arango, Marzo de 2015

Introducción



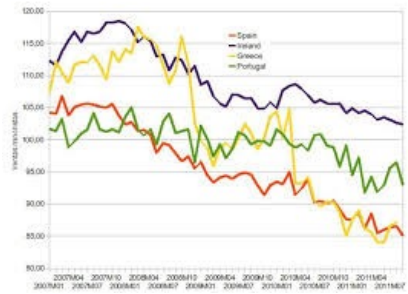
A lo largo de este trabajo se utilizarán de forma reiterada tasas de variación de distintas variables económicas, especialmente la evolución temporal del Producto Interior Bruto (PIB) y del PIB por habitante de diferentes economías. Y por ello deberá tenerse muy presente la diferencia que existe entre una tasa simple de crecimiento y lo que en economía se conoce como *tasa anual acumulativa*, que no es otra cosa que el cálculo del tipo de interés compuesto. Expresado en otros términos, se trata de calcular la razón r (tasa anual acumulativa) de una progresión geométrica entre una variable en dos momentos del tiempo.

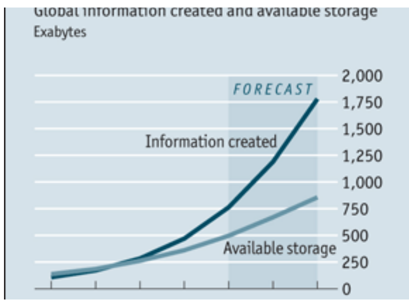
En el cuadro adjunto se presenta un ejemplo de la dimensión de las diferencias entre la tasa de interés simple y tasa de interés compuesto. Y como se puede comprobar estas diferencias aumentan de forma muy significativa con el paso del tiempo.

Si se supone que una economía duplica el PIB por habitante en un periodo de veinte años, pasando de 10.000 a 20.000 euros. La tasa anual media sería de un 5 por ciento, sin embargo, si aplicamos la formula de tipo de interés compuesto, la tasa anual acumulativa se reducirá a un 3,5 por ciento. Las diferencias entre una tasa u otra no existen cuando nos referimos a un año, son escasas para un periodo de dos años, pero resultan muy

“La gente es razonablemente buena a la hora de formar estimaciones basadas en la suma, pero para las operaciones basadas en el interés compuesto, que dependen de multiplicaciones repetidas, subestiman sistemáticamente lo rápido que crecen las cosas

Paul Romer





significativas en periodos de veinte o más años, según se puede comprobar en el cuadro adjunto.

Cuadro nº 1

Diferencias entre el tipo de interés simple y compuesto

Año	Tipo de interés simple			Tipo de interés compuesto		
	Inicial	Intereses	Final	Inicial	Intereses	Final
1	100	10	110	100	10	110
2	110	10	120	110	11	121
3	120	10	130	121	12	133
4	130	10	140	133	13	146
5	140	10	150	146	15	161
10	190	10	200	236	24	259
20	290	10	300	612	61	673
50	590	10	600	10.672	1.067	11.739
100	1.090	10	1.100	1.252.783	125.278	1.378.061
200	2.090	10	2.100	17.264.116.042	1.726.411.604	18.990.527.646

Fuente: Elaboración propia

Cuadro nº 2

Escenarios de tasas de cremiento

Hipótesis	PIB por habitante en $ de 1985			
	1870	1990	Tasa	Factor
País A	2.244	18.258	1,75%	8
País B	2.244	5.519	0,75%	2
País C	2.244	60.841	2,75%	27
Fuente: Xavier Sala, Apuntes de crecimiento económico				

Como nos recuerda el economista Paul Romer, una autoridad mundial en materia de crecimiento económico, la gente es razonablemente buena a la hora de formular estimaciones basadas en la suma, pero cuando se enfrenta a operaciones como el interés compuesto, que dependen de multiplicaciones repetidas, subestima sistemáticamente lo rápido que crecen las cosas. Consecuencia de ello, a menudo perdemos de vista lo importante que resulta para el crecimiento la tasa anual acumulativa que registra la economía. Así pues, pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento a largo plazo pueden dar lugar a grandes diferencias en los niveles de renta per capita y de bienestar social.

Tomemos como referencia el ejemplo de Estados Unidos que maneja Xavier Sala i Martí. En 1870, el Producto Interior Bruto (PIB) per cápita se situaba en 2.244 dólares y en 1990 alcanzó los 18.258 dólares (ambas cifras en dólares de 1985): en poco más de un siglo, el PIB per capita se multiplico por 8 y ese incremento fue posible gracias a una tasa de crecimiento anual del 1,75 por ciento, convirtiendo a Estados Unidos en uno de los países más ricos del mundo. En el cuadro nº 2 se muestra tres escenarios de crecimiento en el mismo período (1870-1969) para poner de relieve los resultados de derivados de pequeñas variaciones de las tasas de crecimiento en períodos largos de tiempo. Como se puede observar una variación de un punto más de tasa de crecimiento arroja un resultado 27 veces superior al nivel inicial, mientras que, por el contrario, una reducción de un punto lleva a que sólo se duplique la cifra de 2.244 dólares de 1870.

Cuadro nº 3

Las 100 pesetas de mi tatarabuelo

Supuesto	Tipo	1820	2015
10 por ciento	10	100	11.791.623.552
9 por ciento	9	100	1.986.859.231
8 por ciento	8	100	329.330.778
7 por ciento	7	100	53.682.984
6 por ciento	6	100	8.602.877
5 por ciento	5	100	1.354.919
4 por ciento	4	100	209.653
3 por ciento	3	100	31.861
2 por ciento	2	100	4.754
1 por ciento	1	100	696

Veamos otro ejemplo para observar lo importante que resulta la tasa anual acumulativa. Para ello se puede actualizar el contenido de una vieja y conocida leyenda. Supongamos que nos dan escoger entre el premio de un bote de la primitiva de 5 millones de euros y otro que consistiera en ser pagados colocando un céntimo de euro en la primera casilla de un tablero de ajedrez, dos céntimos en la segunda casilla, cuatro en la tercera y así sucesivamente. Si se hubiese aceptado que solo se utilizasen las casillas blancas, el céntimo inicial habría doblado su valor treinta y una veces, depositando 21,5 millones de euros en la última casilla. Si, por el contrario, el acuerdo de pago incluía las casillas tanto blancas como negras del tablero, haría que el céntimo inicial creciese hasta los 92 billones de euros. A la vista de las cifras, parece clara la elección.

En términos de tiempo, otro ejemplo puede clarificar la importancia de la tasa anual acumulativa. Si nuestro tatarabuelo, allá por 1820, cuando el general Riego se sublevó en Las Cabezas de San Juan contra el absolutismo de Fernando VII, hubiese invertido 100 pesetas a un 10 por ciento anual acumulativo, hoy se habrían convertido en una herencia de 11.792 millones de las antiguas pesetas, o lo que es lo mismo en 70 millones de euros. Sin embargo, si el rendimiento de la inversión hubiese sido de un punto porcentual menos, es decir, de un 9 por ciento, el resultado se hubiese reducido a unos 2.000 millones de pesetas. En cambio si el rendimiento hubiese sido del 5 por ciento las 100 pesetas iniciales se hubieran convertido en 2015 en 1,4 millones de pesetas (8.143 €). Cualquiera de las tres herencias nos pone de manifiesto que tasas constantes de crecimiento durante periodos largos de tiempo arrojan resultados espectaculares. Y como ya se comentó, en el largo plazo, pequeñas variaciones de la tasa de crecimiento dan lugar a variaciones muy importantes en los resultados obtenidos.

La tasa anual acumulativa y la formula del interés compuesto forman parte de las progresiones geométricas, en las que se calcula el último término (A_t) en una progresión de razón (1+r). En general, dada una progresión geométrica:

$A_1, A_2,\ldots, A_n$

En la que $A_2 = A_1 * r$, donde r es la razón o tasa constante de variación. Como es bien conocido, se puede calcular el último término a partir de la formula: $A_n = A_1 * r_{n-1}$, donde n es el número de términos de la progresión geométrica y A_1 es el primer término. Asimismo se puede obtener la suma de todos los términos de una progresión geométrica a través de la formula siguiente:

$$S_n = \frac{A_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

La formula anterior de la suma tiene múltiples aplicaciones. Por ejemplo, sirve para calcular el número de ascendientes de una persona durante un determinado periodo histórico. Así, se puede responder a la pregunta: ¿cuántos Fernández han tenido que nacer desde el siglo XI (año 1000) para que exista un Fernández en el año 2000? La respuesta se calcula teniendo en cuenta el número de años del periodo, en este ejemplo son 1.000 años (2000-1000), dividido por el número de generaciones transcurridas (suponemos que la duración media de una generación a efectos de procrear es de 30 años), lo que nos daría 33,3 generaciones, que sería el número de términos (n) de la progresión. El valor de A_1 sería en este caso igual a 1 y la razón (r) igual a 2 (una pareja por cada generación).

Aplicados estos valores a la formula de la suma nos daría nada más y nada menos que 10.822.639.410 personas, que debieron de amarse y procrear en el momento oportuno. El resultado cambia significativamente con pequeñas variaciones en el número de generaciones a incluir, así, si se supone que son tres generaciones menos, es decir, 30, entonces el resultado pasa a ser de 1.073.741.823 personas. Si las generaciones pasan a ser

28, el resultado se reduce a 268.435.455 personas. Debe recordarse que no se trata de primos, tíos y otros parientes, sino sólo de padres y padres de padres en una línea que lleva indefectiblemente al Fernández que vive en el año 2000. Si nos remontamos a la época de Don Pelayo (año 737), el número de ancestros se elevaría a 4,7 billones de personas. Finalmente, si se retrocediese en 64 generaciones, hasta la época del Imperio Romano, el número de personas de cuyos esfuerzos cooperativos depende nuestra eventual existencia se habría elevado hasta la cifra aproximada de 18,4 trillones de personas, que es varios miles de veces el número total de personas que han vivido en el mundo hasta el momento actual.

Cuadro nº 4

Número de ancestros de una persona que estuviese viva en el año 2000

Época	Año	Número de generaciones	Número de ancestros
Persona nacida en 2000	2000	1,0	2
Guerra de la Independencia	1808	6,4	84
Cervantes	1616	12,8	7.132
Descubrimiento de América	1492	16,9	125.153
Principios del siglo XV	1400	20,0	1.048.576
Mediados del siglo XIII	1250	25,0	33.554.432
Mediados del siglo XII	1150	28,3	338.207.482
Principios del siglo XII	1100	30,0	1.073.741.824
Año 1000	1000	33,3	10.822.639.410
Don Pelayo	737	42,1	4.713.709.537.602
Imperio Romano	80	64,0	18.446.744.073.709.600.000

Es evidente que hay algo que está mal en las cuentas que se han hecho. Tal vez interese saber que el problema se debe a que la línea genealógica de cada individuo no es pura. No podríamos estar aquí sin un poco de incesto -en realidad bastante-, aunque se guardase una distancia genéticamente prudente. Con tantos millones de antepasados en nuestra estirpe, habrá habido muchas ocasiones en las que una pariente de la familia de nuestra madre procrease con algún primo lejano de la familia de nuestro padre. En realidad, si tenemos como pareja a alguien de nuestra propia raza y país, existen grandes posibilidades de que en alguna medida estemos emparentados. De hecho, si miramos en el autobús, en un parque, en un café o en cualquier lugar concurrido, la mayoría de las personas que vemos probablemente podría ser un pariente. Por tanto, cuando alguien presuma de que es descendiente del Cid, de Cristóbal Colón, o de Velázquez, deberíamos responder inmediatamente: ¡Yo también¡ En realidad, todos somos familia en el sentido más fundamental y más literal[1].

[1] Estos comentarios están tomados de Bill Byson, *Una breve historia de casi todo*, 2007

que se precisan para duplicar el PIB (por habitante) de una determinada economía. Antes era necesario utilizar engorrosos logaritmos, ahora con las hojas de cálculo se hace con un golpe de ratón. A continuación se recogen una serie de simulaciones aplicando la formula de la tasa anual acumulativa a diferentes escenarios de crecimiento del PIB per cápita de las regiones españolas y de los países de la Unión Europea.

Calculo de la tasa anual acumulativa

Si se denomina al PIB por habitante de una determinada economía en un momento inicial como A_0 y en un momento final de un periodo de t años como A_t, la tasa anual acumulativa (r) se calcula a partir de la expresión siguiente:

$$A_t = A_0(1+r)^t \qquad (1)$$

Donde

$$r = (\frac{A_t}{A_0})^{\frac{1}{t}} - 1 \qquad (2)$$

De esta forma se calcula la tasa anual acumulativa (r) en términos de tantos por uno durante el periodo de t años de una variable como el PIB por habitante.

Duplicar el PIB por habitante

Para calcular el número de años (t) necesarios para duplicar el PIB por habitante que crece a una determinada tasa anual acumulativa (r), implica que el PIB por habitante de la economía en cuestión en el momento inicial (A_0) debe ser el doble al final del periodo ($2A_0$), y de acuerdo con la expresión (1) se puede establecer:

$$2A_0 = A_0(1+r)^t \qquad (3)$$

Operando en la expresión anterior se obtiene:

$$t = \frac{\log(2)}{\log(1+r)} \cong \frac{72}{r} \qquad (4)$$

Donde log (2) es una constante y la tasa anual acumulativa (r) es un dato. En vez de utilizar la expresión anterior, Paul Romer ha establecido una sencilla regla para el cálculo del número de años necesarios para duplicar el PIB por habitante (o simplemente el PIB) cuando una economía crece a una tasa anual acumulativa determinada. En concreto, el número de años necesarios para duplicar la variable se obtiene de forma aproximada al dividir 72 por la tasa anual acumulativa alcanzada (r).

Tiempo necesario para que dos economías igualen su PIB por habitante

En este supuesto, hay que calcular el número de años que deben transcurrir para que el PIB por habitante de una determinada economía (A_1) se iguale al de otra economía más desarrollada (A_2). De acuerdo con la propuesta establecida, en el momento inicial se debe cumplir que $A_1 < A_2$. Para lograr el objetivo establecido se debe cumplir al final del periodo que $A_1 = A_2$, lo que implica que el PIB por habitante de la economía 1 (A_1) debe crecer a una tasa anual acumulativa con un determinado diferencial positivo (ß) con respecto a la tasa anual acumulativa a la que crecerá el PIB por habitante de la economía 2 (A_2), que se supone será igual a r. Por tanto, ß y r serán datos conocidos, establecidos como hipótesis. Partiendo de todo lo anterior y teniendo en cuenta la expresión (1) se puede establecer:

$$A_1(1+r+\beta)^t = A_2(1+r)^t \qquad (5)$$

A partir de (5) y operando se obtendrá el número de años necesarios (t) para igualar el PIB per cápita de ambas economías:

$$t = \frac{\log(\frac{A_1}{A_2})}{\log(\frac{1+r}{1+r+\beta})} \qquad (6)$$

Diferencial de crecimiento necesario para que dos economías igualen su PIB por habitante

En este supuesto, hay que calcular la tasa anual acumulativa diferencial (μ) a la que debe crecer el PIB por habitante de una determinada economía (A_1) para igualarse al de otra economía más desarrollada (A_2) en un periodo determinado de t años. Partiendo de la expresión (5) se puede establecer la condición de igualar los PIB por habitante de ambas economías en un determinado periodo de tiempo, si bien en este caso t es un dato establecido como hipótesis. Tendremos:

$$A_1(1+r+\mu)^t = A_2(1+r)^t \qquad (5)$$

Se trata en este caso de calcular el valor de la tasa anual acumulativa diferencial (μ) que debe alcanzar la economía más atrasada. Para ello operando en (5) se obtiene la expresión siguiente:

$$\mu = \frac{(1+r) - (\frac{A_1}{A_2})^{\frac{1}{t}} - (\frac{A_1}{A_2})^{\frac{1}{t}} r}{(\frac{A_1}{A_2})^{\frac{1}{t}}} \qquad (7)$$

A partir de los cuatro tipos de simulaciones anteriores ligadas al cálculo de la tasa anual acumulativa se pueden obtener múltiples resultados al plantear diferentes hipótesis sobre el valor de las tasas y de los periodos a considerar, teniendo siempre presente la existencia de algunas constantes en las expresiones anteriores, lo que facilita las operaciones en una hoja de cálculo.

Finalmente, señalar que utilizando las expresiones anteriores puede comprobarse que el cambio de escenarios en la evolución de la tasa de crecimiento de la economía más desarrollada (A_2), es decir en el valor de r, apenas tiene ningún impacto sobre los resultados de las expresiones (6) y (7), mientras que, por el contrario, lo determinante es el valor del diferencial de crecimiento (µ) en la expresión (6) y el número de años (t) en la expresión (7).

Escenarios de las tasas de crecimiento regional en España

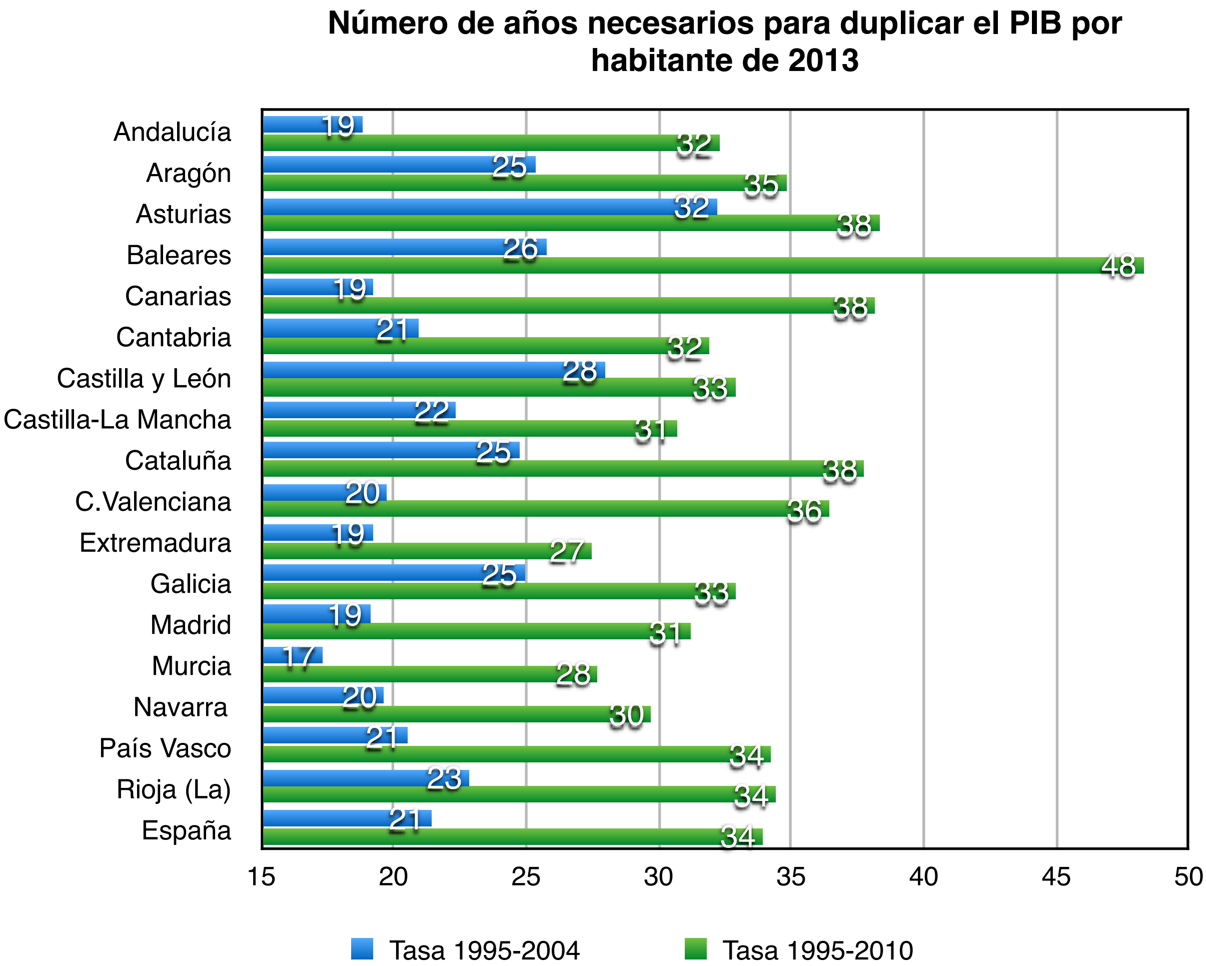
En el año 2103 las diferencias regionales en el nivel de renta seguían siendo bastante acusadas: el PIB per cápita de Extremadura -la región con un ingreso medio más bajo- sólo superaba ligeramente los dos tercios del de la media española (22.519 €), mientras que en el otro extremo, el PIB por habitante de Madrid se situaba en los 30.678 €, lo que suponía un 36 por ciento superior al de la media nacional. En otras palabras, en 2013, el PIB por habitante de la región más rica de España (Madrid) prácticamente era el doble del que se registraba en la región más pobre (Extremadura).

Tomando como referencia los datos de la Contabilidad Regional de España elaborados por el INE, se ha calculado, aplicando la expresión (4) a cada región y al conjunto nacional, el número de años que son necesarios para duplicar el PIB por habitante del año 2013 bajo dos hipótesis. En primer lugar, si se sigue una tasa de crecimiento del PIB per cápita similar a la tasa anual acumulativa alcanzada en cada caso por el PIB durante el periodo 1995-2004 (hipótesis más optimista). En segundo, se supone que la tasa anual acumulativa será la del período 1995-2010, etapa que incluye tres años de la crisis que comienza en 2008. Los resultados obtenidos se incluyen en el gráfico nº 1.

Como puede observarse, Murcia, que ha alcanzado las mayores tasas de crecimiento durante el periodo 1995-2004, necesitará tan solo 17 años para duplicar su PIB por habitante de 2013. Será de 28 años, en el caso de que su tasa de crecimiento en los próximos años sea la observada por su PIB en el periodo 1995-2010.

Por el contrario, en el caso de Asturias, si mantiene las tasas seguidas por el PIB en el periodo 1995-2004, serán necesarios 32 años para duplicar su ingreso medio de 2013. Este objetivo aumentará a 38 años si la tasa de crecimiento del PIB por habitante asturiano crece al ritmo experimentado en la etapa 1995-2010. El resto de regiones se sitúan entre estos dos extremos para el supuesto de crecimiento similares a los observados entre 1995 y 2004, precisando la media nacional un periodo de 21 años para duplicar su PIB per cápita. Será de 34 años en el caso de que el ritmo se reduzca a los niveles del período 1995-2010.

Gráfico nº 1



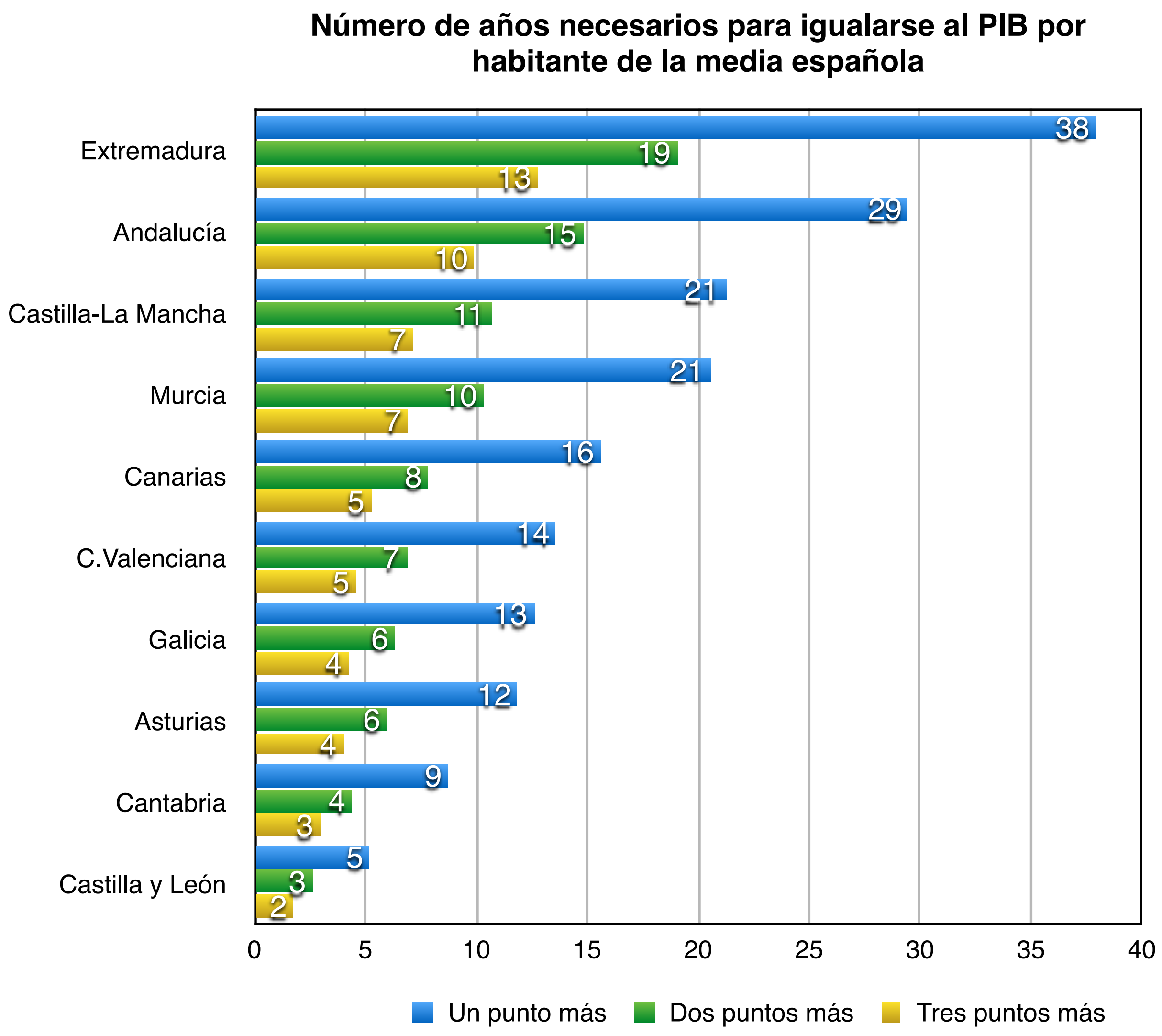
Según los datos de la Contabilidad Regional de España, elaborados por el Instituto Nacional de Estadística, en el año 2013 el PIB por habitante en diez regiones era inferior al valor alcanzado por la media nacional. A continuación se recogen los resultados de diferentes escenarios de crecimiento con respecto al objetivo de igualarse a la media de la economía española de este grupo de regiones.

El objetivo de igualarse a la media española con un diferencial regional de crecimiento dado

En el gráfico nº 2 se contemplan tres alternativas. La primera, que el PIB per cápita de cada una de las diez regiones, que actualmente se sitúan por debajo de la media nacional, experimente una tasa de crecimiento de un punto porcentual superior aquella. La segunda, que la tasa de cada una de las regiones consideradas se sitúe dos puntos porcentuales por encima de la tasa que exhiba la media nacional. La tercera, se refiere a una hipótesis extrema: que el ritmo de crecimiento de las diez regiones supere en tres puntos porcentuales a la tasa de incremento de la media de la economía española.

Si el diferencial es de solo un punto porcentual, Extremadura tardará 38 años en alcanzar los valores promedios del PIB por habitante español. En el caso opuesto se sitúa Castilla y León, que alcanzaría a la media nacional en tan solo cinco años. Asturias tardaría 12 años, mientras que Galicia lo haría en 13 años. Tal como puede observarse en el gráfico nº 2, los plazos se acortan a la mitad en todos los casos si el escenario manejado es de un diferencial de dos puntos porcentuales de cada región con respecto a la media nacional y a un tercio si la hipótesis manejada es de tres puntos porcentuales. En los tres supuestos, los resultados apenas cambian ante variaciones, en más o en menos, de la tasa de crecimiento del ingreso medio español.

Grafico nº 2

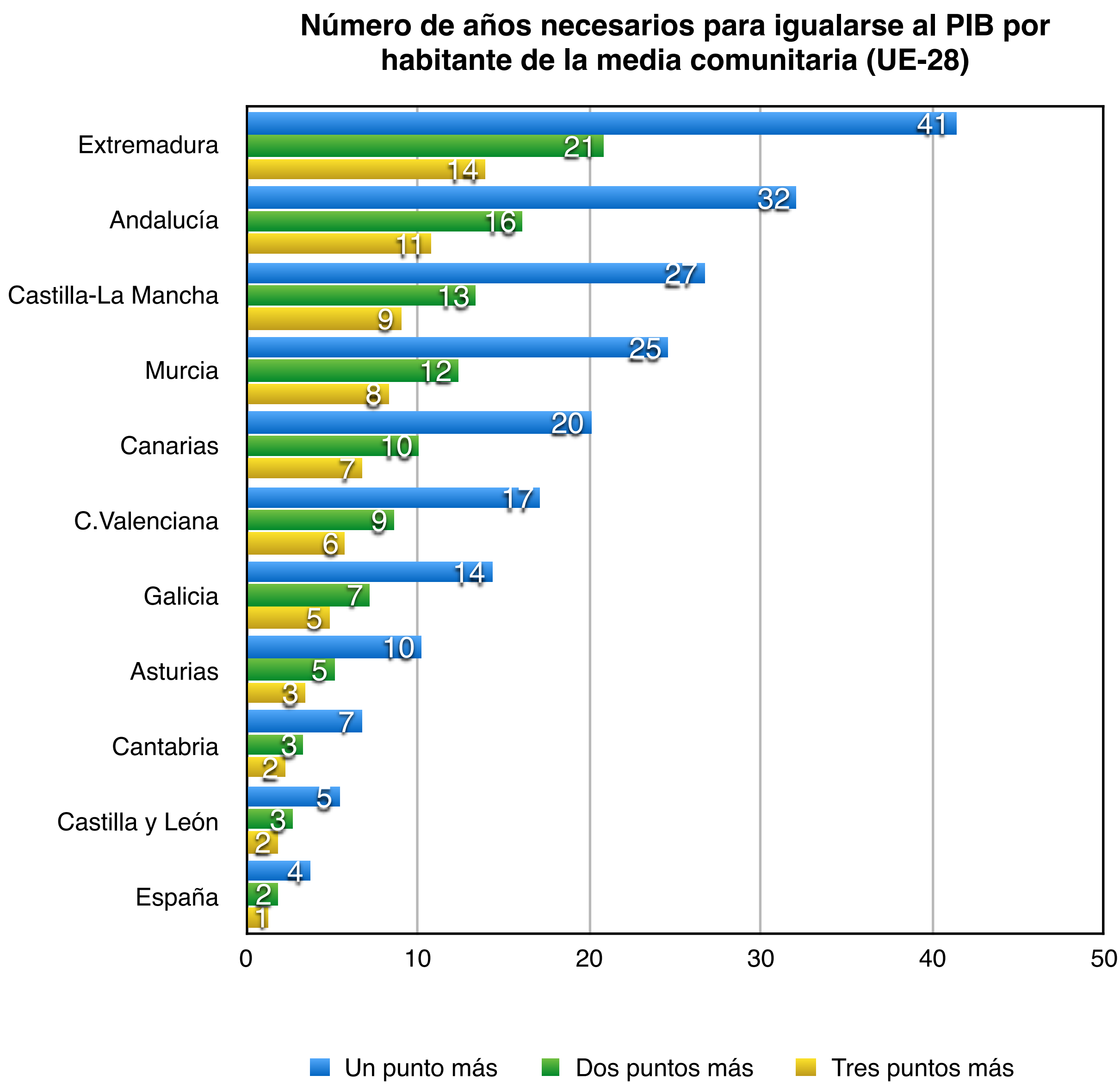


Las simulaciones anteriores son pura aritmética y no deben confundirse con predicciones de cómo evolucionará el PIB de las diez regiones españolas menos desarrolladas. Se trata de meras hipótesis sobre lo que sucedería si estas regiones lograsen mantener un crecimiento de su PIB per cápita por encima del que alcance la media española.

Si se repiten estas simulaciones para las regiones españolas referenciadas al PIB per cápita de la media comunitaria de la Unión Europea del año 2011, los resultados obtenidos para las tres hipótesis manejadas (uno, dos y tres puntos diferenciales) se recogen en el gráfico nº 3 para las diez regiones españolas que se sitúan por debajo de dicha media, incluyendo también en este caso a la media española.

El objetivo de igualarse a la media comunitaria está al alcance de la economía española en un plazo relativamente breve siempre que crezca por encima de aquélla: si el diferencial es de tres puntos sólo tardará un año y cuatro años si el diferencial es de sóloo un punto.

Gráfico nº 3

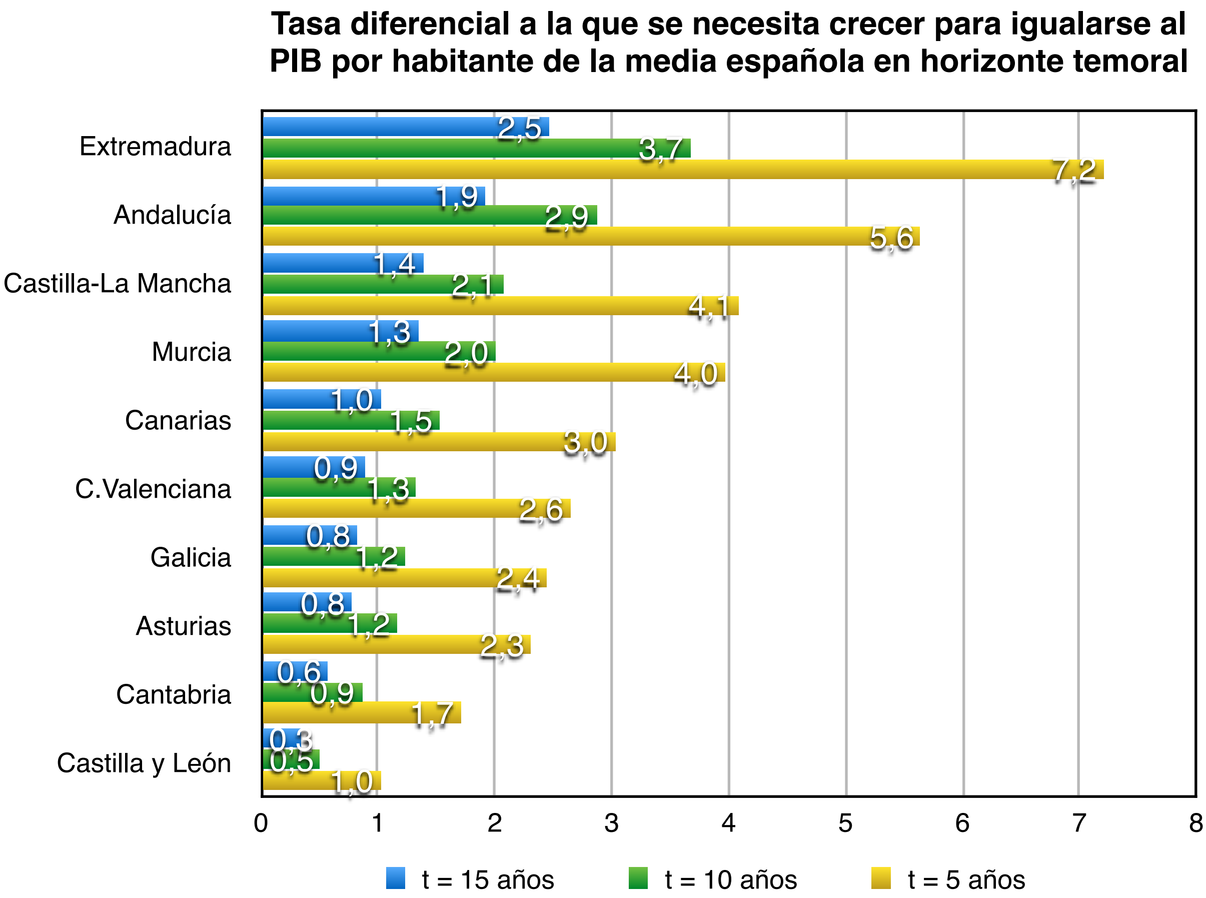


Tasa diferencial a la que se necesita crecer para igualarse a la media española en un periodo determinado de años

La expresión (7) nos permite dar respuesta a un segundo planteamiento: ¿a qué tasa anual acumulativa deberá crecer el ingreso medio regional para poder igualarse al de la media nacional en un periodo determinado de años? Los resultados de responder a esta pregunta en tres escenarios de tiempo distintos, se presentan en el gráfico nº 4.

Extremadura, que es la región con un PIB por habitante más bajo, necesitaría crecer 2,5 puntos porcentuales por encima de la media española si se fija como meta el igualarse a la misma en un periodo de 15 años. En el otro extremo, Cantabria solamente precisaría de un diferencial de 0,1 puntos porcentuales para alcanzar el citado objetivo en el mismo periodo de tiempo. En el caso de Asturias y Canarias, que exhiben niveles similares de Ingreso medio, necesitarían mantener una tasa superior en 0,7 puntos porcentuales con respecto a la media nacional, si quieren igualarse a la misma en un plazo de 15 años.

Grafico nº 4

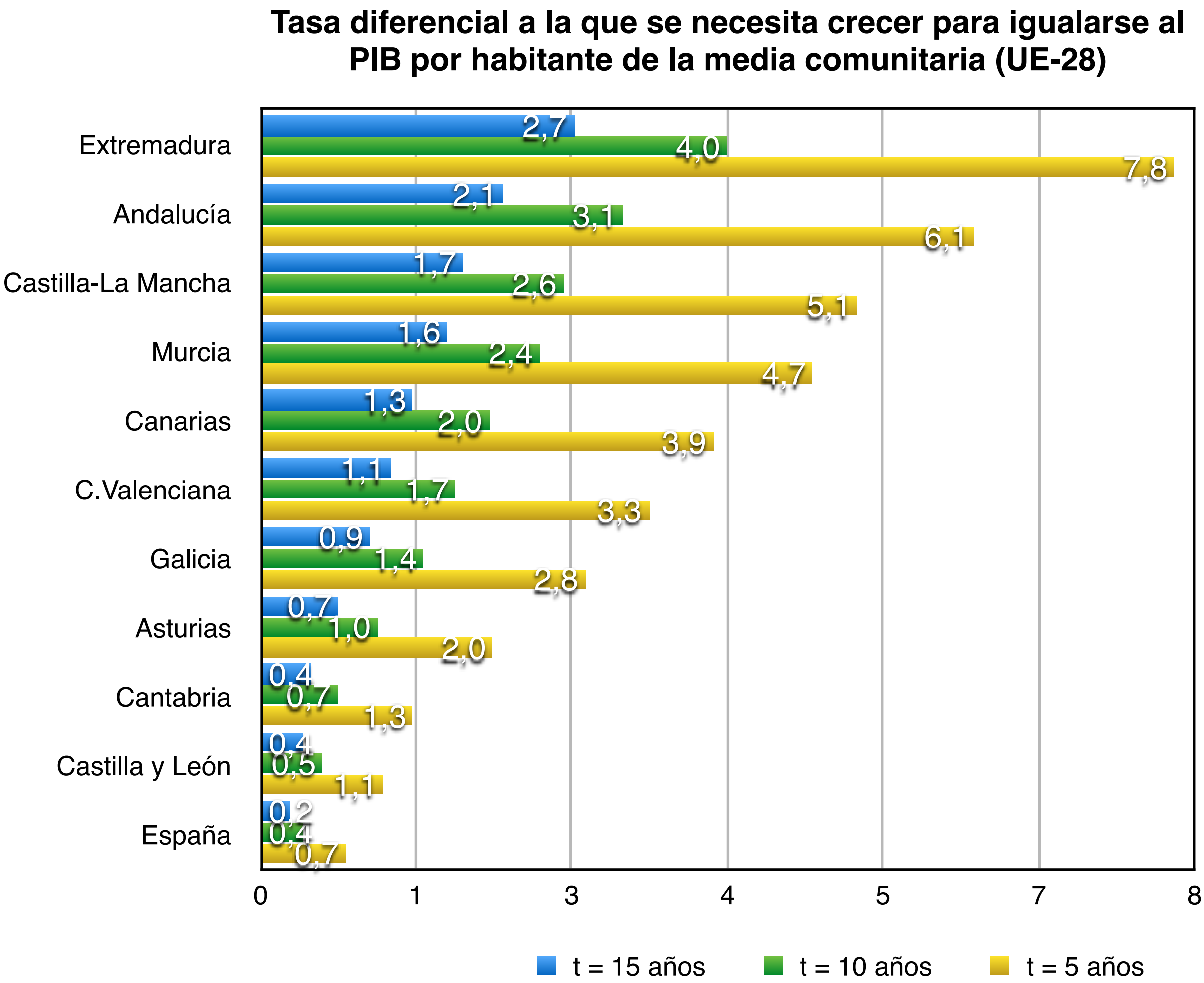


Tal como puede observarse en el gráfico nº 4, el acortamiento de los plazos para lograr igualarse a la media española, arroja como resultado que las tasas diferenciales de las distintas regiones se incrementan en un 50 por ciento si el periodo para alcanzar el objetivo pasa de 15 a 10 años. En el supuesto de que el objetivo se reduzca a 5 años, las tasas diferenciales deberán ser tres veces superiores a las necesarias para lograrlo en 15 años.

Así pues, bajo ciertos supuestos podemos conocer cuánto debe crecer el PIB por habitante de una región para lograr la convergencia con la media española, lo que no se le puede pedir a ninguna fórmula es el cómo y el qué debe hacerse para lograr esas tasas de crecimiento: eso es un asunto mucho más complejo y difícil que pertenece al ámbito de la política y más concretamente al de la política económica. La intención de este trabajo era tan sólo plantearse el cuánto hay que crecer y no el cómo ni el qué hay que hacer para lograrlo.

Dada la proximidad a la que se encuentran el PIB per capita de la media comunitaria y de la media española, los resultados de realizar las mismas simulaciones en el ámbito comunitario, los resultados en términos de tasas diferenciales de crecimiento de las diez regiones españolas que se sitúan por debajo de la media comunitaria son bastantes similares. El gráfico nº 5 recoge tales resultados que no precisan mayores comentarios adicionales.

Gráfico nº 5



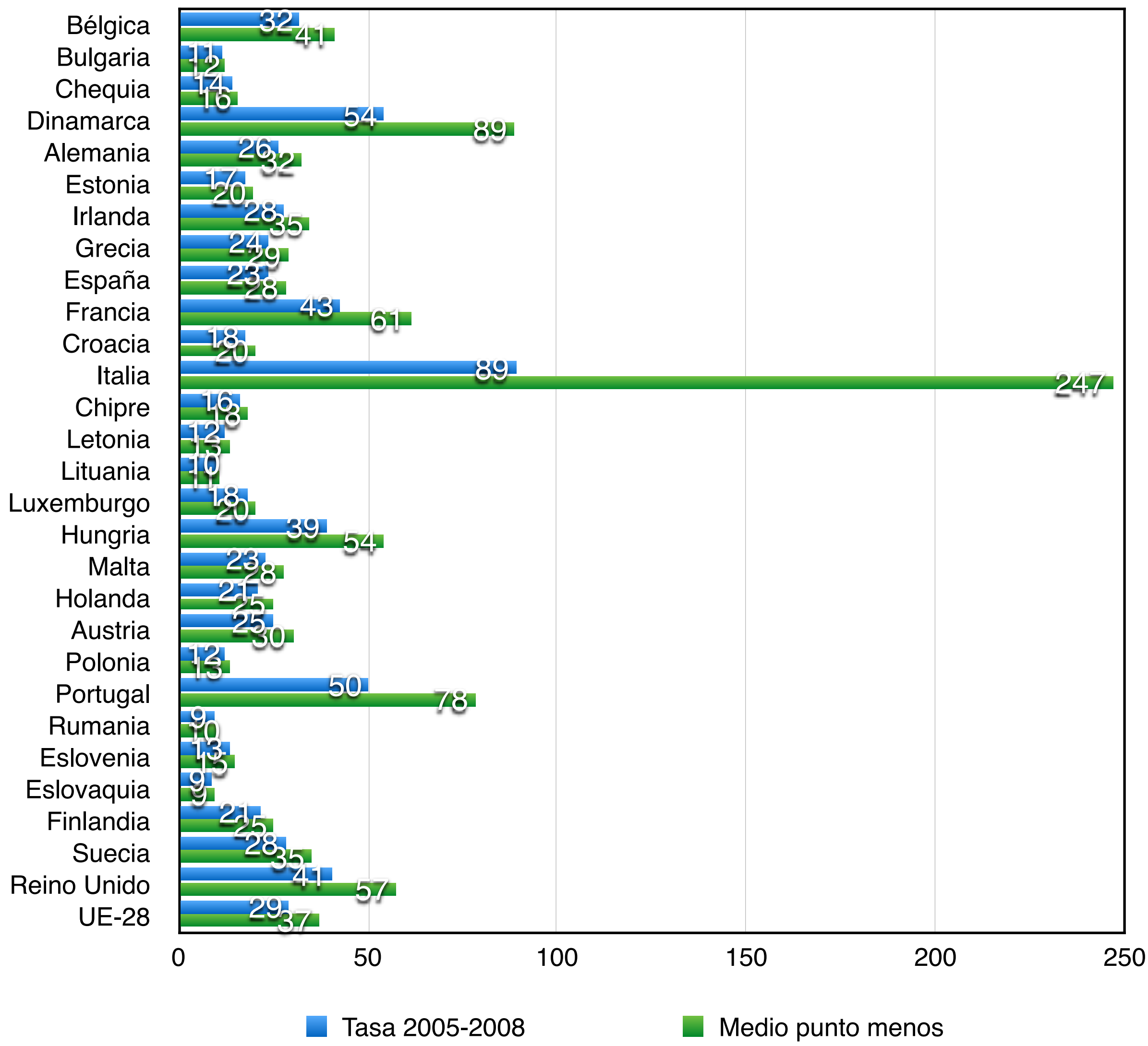
Escenarios de las tasas de crecimiento en la Unión Europea

Tomando como indicador el PIB per capita de los 28 países que conformaban la Unión Europea, y partiendo de la información de Eurostat referida al año 2011, el gráfico nº 6 recoge el número de años que se necesitan para duplicar el respectivo PIB per capita en el caso de dos hipótesis de tasa de crecimiento. La primera es que se siga la tasa alcanzada en el período 2005-2008 y la segunda que el crecimiento observe medio punto menos de incremento que la seguida en el citado período.

En el caso de la media comunitaria los años necesarios son 29 en el supuesto de alcanzar las tasas del período 2005-2008 y de 37 años si la tasa es medio punto inferior. En el gráfico nº 6 destaca el caso de Italia, que debido a sus bajísimas tasas de crecimiento de los años 2005-2008 (0,8 por ciento), necesitaría 89 años para duplicar su PIB per capita si repitiese las mismas tasas de crecimiento que en el citado período, llegando a necesitar 247 años si el crecimiento bajase a medio punto menos (0,3 por ciento). Por el contrario, el elevado ritmo de crecimiento observado por Eslovaquia entre 2005 y 2008 (8,1 por ciento), el número de años para duplicar el ingreso medio sólo sería de 9 años.

Gráfico nº 6

Número de años necesarios para duplicar el PIB por habitante en PPS de 2011



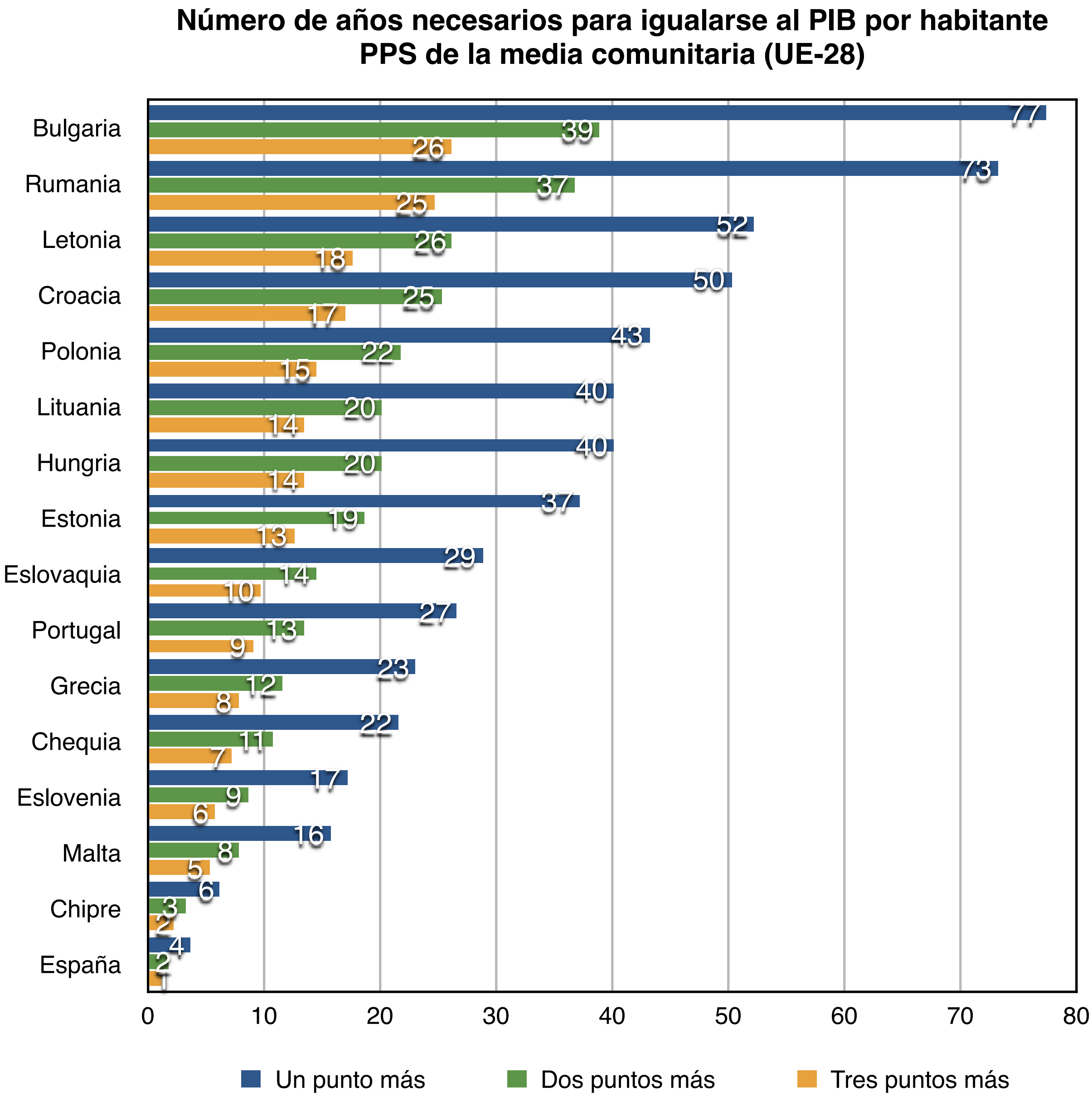
En el caso de España, el PIB por habitante tardaría en duplicarse 23 años si se repitiese el ritmo de crecimiento seguido entre los años 2005 y 2008, mientras que ese período se alargaría hasta los 28 años si el ritmo se redujese en medio punto.

Además de Italia, los países que tardarían más años en duplicar su ingreso medio serían Dinamarca (54 y 89 años, respectivamente), Portugal (50 y 78 años), (Francia (43 y 61 años) y Reino Unido (41 y 57 años).

El objetivo de igualarse a la media comunitaria con un diferencial nacional de crecimiento dado

En el gráfico nº 7 se contemplan tres alternativas. La primera, que el PIB per cápita de cada uno de los dieciséis países, que en 2011 se situaban por debajo de la media comunitaria, experimente una tasa de crecimiento de un punto porcentual superior aquella. La segunda, que la tasa de cada uno de los países consideradas se sitúe dos puntos porcentuales por encima de la tasa que exhiba la media nacional. La tercera, se refiere a una hipótesis extrema: que el ritmo de crecimiento de los dieciséis países supere en tres puntos porcentuales a la tasa de incremento de la media de la economía de la Unión Europea.

Gráfico nº 7

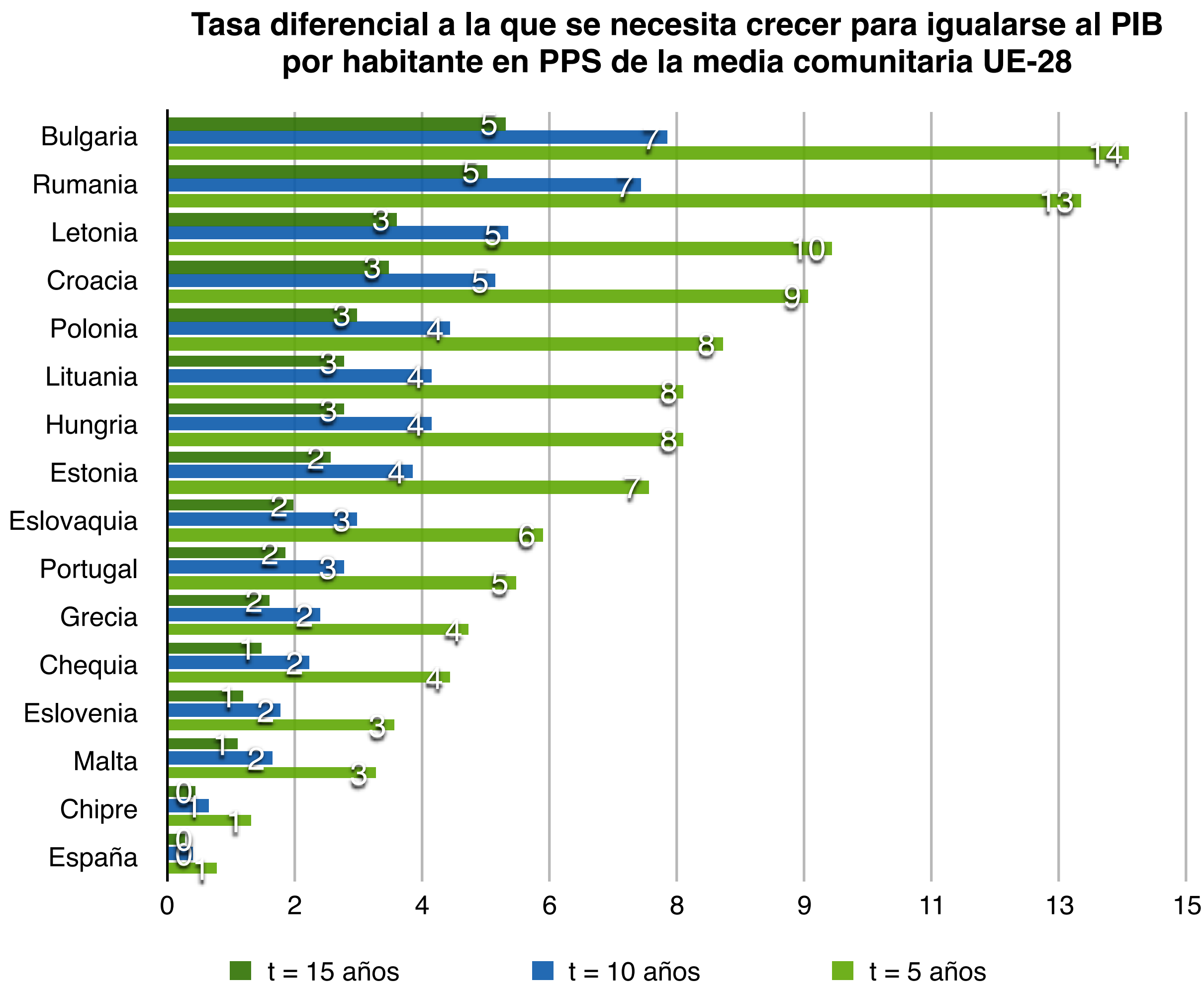


Si el diferencial es de solo un punto porcentual, Bulgaria tardará 77 años en alcanzar los valores promedios del PIB por habitante comunitario. En el caso opuesto se sitúa España, que alcanzaría a la media comunitaria en tan solo cuatro años. Tal como se reseñó en el caso de las regiones españolas, y como asimismo puede observarse en el gráfico nº 7, los plazos se acortan a la mitad en todos los casos si el escenario manejado es de un diferencial de dos puntos porcentuales de cada país con respecto a la media comunitario y a un tercio si la hipótesis manejada es de tres puntos porcentuales. En los tres supuestos, los resultados apenas cambian ante variaciones, en más o en menos, de la tasa de crecimiento del ingreso medio comunitario.

Tasa diferencial a la que se necesita crecer para igualarse a la media comunitaria en un periodo determinado de años

La expresión (7) nos permite dar respuesta a un segundo planteamiento: ¿a qué tasa anual acumulativa deberá crecer el ingreso medio nacional para poder igualarse al de la media comunitaria en un periodo determinado de años? Los resultados de responder a esta pregunta en tres escenarios de tiempo distintos, se presentan en el gráfico nº 8.

Gráfico nº 8



Bulgaria, que es el país con un PIB por habitante más bajo, necesitaría crecer 5 puntos porcentuales por encima de la media comunitaria si se fija como meta el igualarse a la misma en un periodo de 15 años. En el otro extremo, España solamente precisaría de un diferencial de 0,2 puntos porcentuales para alcanzar el citado objetivo en el mismo periodo de tiempo.

Tal como puede observarse en el gráfico nº 8, y como ya se comentó al describir estas hipótesis en el caso d ellas regiones españolas, el acortamiento de los plazos para lograr igualarse a la media comunitaria, arroja como resultado que las tasas diferenciales de las distintas regiones se incrementan en un 50 por ciento si el periodo para alcanzar el objetivo pasa de 15 a 10 años. En el supuesto de que el objetivo se reduzca a 5 años, las tasas diferenciales deberán ser tres veces superiores a las necesarias para lograrlo en 15 años.

Medidas de convergencia

Si se quiere observar si se produce un proceso de convergencia entre diferentes economías con respecto a una determinada variable económica se puede utilizar un sencillo coeficiente de dispersión definido a través de la expresión siguiente:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} (PIBpc_{jt} - 100)^2}{n}} \qquad (8)$$

Donde, por ejemplo, $PIBpc_{jt}$ recoge el PIB por habitante del país (región) j-ésimo en el año t expresado en índices sobre la media de la Unión Europea (española) igual a 100. El término n expresa el número de países (regiones) que se comparan. Cuando el valor de ∂_t sea igual a 0 estamos ante al máximo de convergencia. Se daría en el caso de que todos los países (regiones) tuviesen igual PIB per cápita. Por el contrario, cuando mayor sea el valor del citado ratio más se aleja la variable en cuestión de la convergencia.

Para tener una adecuada información sobre la trayectoria del indicador de la convergencia se debe repetir el cálculo de la expresión anterior a lo largo de todos los años del periodo objeto de análisis. La evolución en el tiempo de este indicador es expresiva de la evolución del grado de convergencia[2].

De forma general, y en el caso de las economías regionales que conforman un determinado país, la evaluación de la trayectoria de la dispersión de los niveles medios de renta regional se suelen utilizar diversos índices estadísticos[3]. Uno de los más utilizados es la denominada *convergencia-sigma* (∂_t). Por convergencia sigma –lo que también se conoce como homogeneización[4] -se entiende una reducción en el grado de dispersión en la variable de estudio[5]. Su cálculo, adoptando el PIB per cápita regional como variable, se define como la desviación estándar del logaritmo del PIB per cápita regional. El valor de la convergencia-sigma vendría dado por la expresión siguiente:

$$\sigma_t = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (\ln PIB_{it} - \ln PIB_t)^2}{n}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (9)$$

[2] Véase José Luís Raymond, "Acortamiento de distancias, convergencia y competitividad en los países de la Europa de los doce", *Papeles de economía española*, nº 56, 1993, páginas78-97. Sobre la cuestión de la convergencia entre economías puede consultarse el trabajo ya clásico de X. Sala i Martín y R. Barro, "Convergente across status and regions", *Brookings Papers on Economic Activity*, nº 1, 1991, páginas 108-182

[3] Una utilización de este indicador de convergencia a las regiones españolas puede encontrarse, entre otros trabajos, en Joseph Lladós, "Estructura productiva y desigualdad regional: la transición al euro y la economía del conocimiento", *Papeles de economía española*, nº 93, 2002, páginas 79-97

[4] Véase W. Baumol, R. Nelson y E. Wolf, *Convergence on productivity. Cross national studies and historical evidence*, Oxford University Press, Oxford, 1994

[5] Véase Begoña García Greciano, José Luís Raymon Bara y José Villaverde Castro, "La convergencia de las provincias españolas", *Papeles de economía española*, nº 64, 1995, páginas 38-53

Siendo el PIB_{it} per cápita de la región i en el año t, mientras que identifica el PIB_t per cápita del conjunto de la economía nacional en dicho año, que se corresponde con una media ponderada (según la población) de los PIB per cápita regionales. Finalmente, n es el número de regiones que forman el país en cuestión.

Así pues, la convergencia sigma es una medida de dispersión y se define como la evolución en el tiempo de la desviación estándar del logaritmo PIB per cápita entre las regiones de un determinado país[6].

Convergencia del PIB por habitante en las regiones españolas y en los Estados miembros de la Unión Europea

Tomando como referencia los datos de la Contabilidad Regional de España-Base 2000, elaborada por el Instituto Nacional de Estadística (INE), para el período 1995-2010 se ha procedido a verificar durante el citado período la evolución de la convergencia del PIB por habitante de las regiones españolas a través del coeficiente de dispersión recogido en la expresión (8). Los resultados recogidos en el gráfico nº 9 presentan una evolución de clara divergencia a lo largo de los años 1995-2000, y a partir de entonces el índice cambia de signo al entrar en un período de acusada convergencia que alcanza sus niveles máximos entre 2005-2007. Con la crisis que comienza en 2008 el proceso se invierte nuevamente abriéndose una senda de divergencia, aunque si alcanzar por ahora los niveles observados en la etapa 1995-2000.

Por otra parte, tomando en este caso los datos de PIB per capita que elabora anualmente Eurostat para cada uno de los 28 Estados miembros de la Unión Europea, se ha elaborado el correspondiente indicador de convergencia para el período 1997-2008. Los resultados se representan en el gráfico nº 10. En este caso, la evolución de la convergencia del PIB por habitante en los Estados miembros de la Unión Europea resulta menos definida: aumenta entre 1997-1998, diverge en el bienio 1999-2000 y regresa a la senda de la convergencia en el quinquenio 2001-2005, para finalmente iniciar un nuevo proceso de divergencia a partir de 2005.

[6] Véase José Raymond y Begoña García, "Las disparidades en el PIB per cápita entre comunidades autónomas y la hipótesis de la convergencia", *Papeles de economía española*, nº 59, 1994, páginas 37-57; Begoña García-Greciano y José Luís Raymond, "Las disparidades regionales y la hipótesis de la convergencia: una revisión", *Papeles de economía española*, nº 80, 1999, páginas 2-18 y José Villaverde Castro, "La distribución espacial de la renta en España: 1980-1995", *Papeles de economía española*, nº 88, 2001, páginas 166-181

Gráfico nº 9

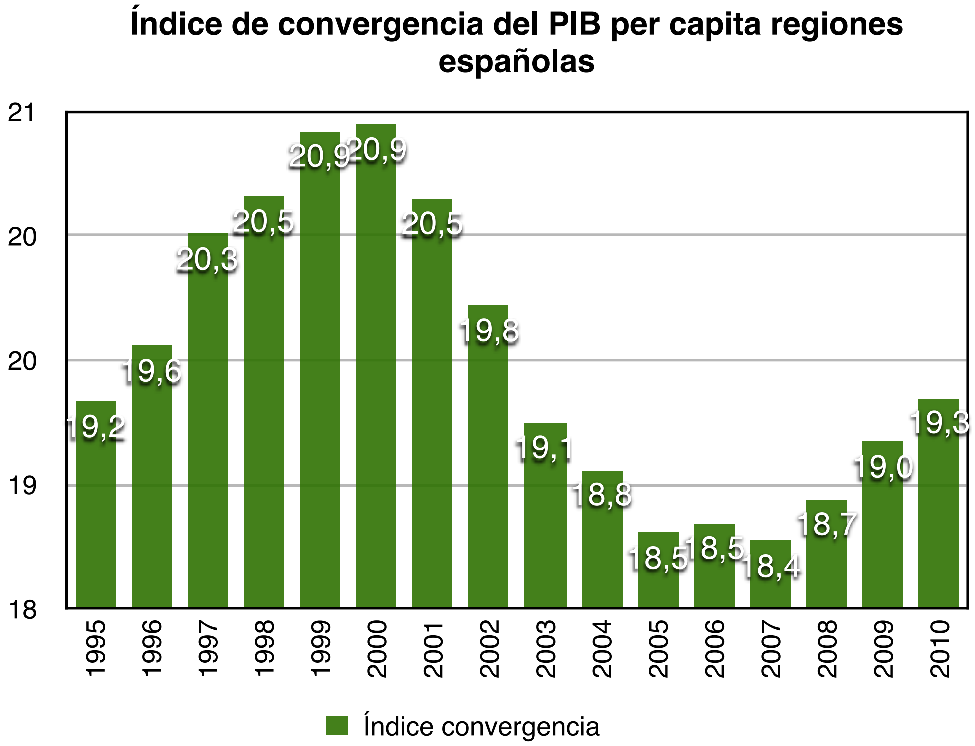


Gráfico nº 10